

Contest 3

$C < B < E < F < A < D$

C	68	210
B	19	104
E	14	59
F	12	15
A	5	23
D	4	10

A. Exciting Number

- 题意
- 我们需要找到Exciting Number的数量
- Exciting Number 的定义是
 - 1、Exciting Number 中数字 i 出现的次数不小于 $a[i]$
 - 2、Exciting Number 的长度不超过 n
 - 3、Exciting Number 不含有前导0

A. Exciting Number

- 动态规划
- $d[i][j]$ 代表使用 ≤ 9 , $\geq j$ 的数字, 构成长度为 i 的Exciting Number的方案数。
- 转移的时候使用组合数进行转移 (简单组合), 组合数可用杨辉三角的方法生成。

B. Exciting expectation

- 题目大意：已知一个序列，求这个序列子序列的XOR和，AND和，OR和的期望值
- 概率问题：不能枚举长度然后直接加和，因为长度为1的子序列与长度为2的子序列取得的概率不同。考虑已经随机取了一个数，取得长度为1的序列的概率是长度其他值的1/2。

1 2 3 4 5 6 7

1 2 3 4 5 6 7

1 2 3 4 5 6 7

B. Exciting expectation

- 位运算各位不相关 —> 按位考虑
- 先考虑仅有0, 1的时候。

$$A = 0\ 1\ 1\ 0\ 1$$

- 考虑已确定了子序列的右端点, 求OR和为1的区间数量, 则为此点左端第一个1的位置。

$$A = 0\ 1\ 1\ 0\ 1$$

$$S = 0\ 1\ 2\ 2\ 3$$

$$E = (2 * \sum S - \sum A) / (5 * 5) = 0.520$$

B. Exciting expectation

- 考虑已确定了子序列的右端点，求AND和为1的区间数量，若此点为1则为此点减去最后一个0的位置，否则为0。

$$A = 0\ 1\ 1\ 0\ 1$$

$$S = 0\ 1\ 2\ 0\ 1$$

$$E = (2 * \sum S - \sum A) / (5 * 5) = 0.200$$

- 考虑已确定了子序列的右端点，求XOR和为1的区间数量，即前面连续交错区间的长度。

$$A = 0\ 1\ 1\ 0\ 1$$

$$S = 0\ 1\ 0\ 1\ 1$$

$$E = (2 * \sum S - \sum A) / (5 * 5) = 0.120$$

B. Exciting expectation

- 多位的时候怎么处理？
- 各位无关 —> 各位加权求和
用 E_j 表示从右数第 j 位的期望值

$$E = E_1 + E_2 * 2 + E_3 * 2^2 + E_4 * 2^3 \dots$$

C. Building The Houses

- 由于考虑尽可能友好，所以数据出的很小。
- 1.对可能的数字用二分法检验即可，这适用于数据很大的情况
- 2.直接模拟也可以
- 大家基本都采取了第一种

D. Boring computer game

- <http://codeforces.com/contest/674/problem/C>

有 n 个小关卡， $1, 2, \dots, n$ ，每个关卡对应一个值 $t[i]$ ，将这些关卡分成 k 个大关卡，每个大关卡包含的小关卡必须连续，完全通过这 k 个大关卡游戏结束。

如果游戏没结束，找到最小的至少有一个小关卡没过的大关卡 X 。

系统维护一个空包可以用来放字符串

将 X 包含的所有已通过的关卡 i ，放入 $t[i]$ 个代表 i 关卡的串，然后对于 X 中第一个没过的小关 j ，放 $t[j]$ 个代表 j 的串

然后从包中等概率选取一个串，其所代表的小关就是当前要通过的关卡，一个关卡不管之前有没有通过过，一定可以在1时间内通过。

如何将这 n 小关分成 k 大关，使得通过游戏时间期望最小，求期望。

D. Boring computer game

- 当我们重复某件事且每次有 p 的概率成功，成功次数期望 $1/p$
- 对于一个分组 $[low, high]$ ，某时对于要通过的level i ，包里的球 $S = t_{low} + t_{low+1} + \dots + t_i$ ，选到level i 的概率 $\frac{t_i}{S}$ ，期望 $\frac{S}{t_i} = \frac{t_{low}}{t_i} + \frac{t_{low+1}}{t_i} + \dots + \frac{t_i}{t_i}$ 。
- $O(n^2 * k)$
- $dp[i][j]$ 表示前 i levels，分成 j 组 的最小期望。
- $pre[i]$ 表示包含 levels $1, 2, \dots, i$ 的组的期望 $\sum \frac{sum[j]}{t_j}, 1 \leq j \leq i$ (
- $sum[i]$ 表示 t_i 的和, $1 \leq j \leq i$
- $rev[i]$ 表示 $\frac{1}{t_i}$ 的和, $1 \leq j \leq i$

D. Boring computer game

$$\begin{aligned} dp[i][j] &= \min_l \left(dp[l][j-1] + pre[i] - pre[l] - (rev[i] - rev[l]) * sum[l] \right) = \\ &= pre[i] + \min_l \left((1) * (dp[l][j-1] - pre[l] + rev[l] * sum[l]) + (-rev[i]) * \right. \\ &\quad \left. (sum[l]) \right) = \\ &= pre[i] + \min_l \left((1, -rev[i]) X (dp[l][j-1] - pre[l] + rev[l] * sum[l], sum[l]) \right) \end{aligned}$$

用斜率优化 $O(n*k)$

E. Exciting Guide

- ~~可以使用树链剖分莽过去？~~
- 标算：
- 当我们需要从x到y时候，使用一个数组d
- $d[x]++$, $d[y]++$, $d[lca(x,y)]--$, $d[father[lca(x,y)]]--$.
- 然后直接dfs，a的答案就是以a为根的子树d值的和
- Lca可以使用tarjan算法，线性时间预处理， $O(1)$ 询问

F. Tree

- 题目描述：给定一棵 n 个节点的树，以及每个节点到根（根恒为1号节点）的距离，要求树的每条边长都在 l 和 r 之间时，树有多少种形态。
- 解法：对每个节点到根的距离 D_i 从小到大排序，从头到尾扫一遍，对于每个节点：设当前节点 D_x ，它可以依附在 $D_x - r \leq D_i \leq D_x - l$ 的节点下，二分法找到 $[D_x - r, D_x - l]$ 区间中的最左和最右节点位置，统计该区间中节点个数，得出当前节点的摆放方案数。所有节点方案数相乘即为最终结果。